

Simulation verschränkter Photonen

Roger Erb

Pädagogische Hochschule Schwäbisch Gmünd, Oberbettringer Str. 200, 73525 Schwäbisch Gmünd
(Eingegangen: 11.02.2009; Angenommen: 02.06.2009)

Kurzfassung

Zur Einführung der Quantenphysik im Physikunterricht gibt es zahlreiche Vorschläge. Im folgenden Beitrag wird erläutert, wie die Andersartigkeit des Verhaltens von Quanten im Vergleich zu dem klassischer Objekte mit Hilfe der Verschränkung zweier Photonen untermauert werden kann. Hierfür wird eine Simulation auf der Basis eines Excel-Datenblatts vorgestellt.

1. Quantenphysik im Unterricht

Zur Frage der geeigneten Einführung der Quantenphysik im Physikunterricht gibt es zahlreiche Positionen. Eine oft geführte Diskussion ist, ob ein Zugang zur Quantenphysik möglichst anschaulich sein müsse oder aber besonders deutlich das Neue zeigen solle. Auch wird oft die Frage erörtert, ob ein erster Zugang über das Licht oder über Elektronen stattfinden solle. Eine Gegenüberstellung zahlreicher Positionen zu diesen und weiteren Fragen gibt Fischler (1992); hier titelt u. a. Walter Jung „Schock oder sanfter Übergang?“, und es werden kurzgefasst Ergebnisse zu den Schülervorstellungsuntersuchungen von Lichtfeldt (1992) und die Berliner Konzeption „Einführung in die Quantenphysik“ dargestellt. Eine vergleichende Darstellung mehrerer Unterrichtskonzepte zur Quantenphysik gibt Müller (2003), wobei auch eine Einordnung ihrer wesentlichen Elemente gegeben und eine weitere Möglichkeit der Einführung der Quantenphysik im Physikunterricht vorgestellt wird.

Wie auch von Müller wird es meistens als sinnvoll angesehen, im Physikunterricht die Quantenphysik als eine Darstellung mit eigenen Regeln zu entwickeln – ein eher „behutsamer“ Übergang, etwa indem das Elektron so weit wie möglich als klassisches Teilchen und Licht fast ausschließlich als elektromagnetische Welle behandelt wird, darf als kritisch angesehen werden. In diesem Fall nämlich lässt sich nur schwer das Bild des „Dualismus“ vermeiden, der die Koexistenz zweier separater Daseinsformen der Quantenobjekte zementiert. Das Ziel des Physikunterrichts bei diesem Thema wird heute dagegen viel mehr darin gesehen, ein in sich schlüssiges, umfassendes Modell im Unterricht zu entwickeln.

Auch die folgende Überlegung hat das Ziel, dieses im Physikunterricht zu erreichen. Ihr liegt ein Einstieg über das Licht zugrunde – in diesem Fall stellt sich die Frage, wie das Neuartige, das „Quantenhafte“ des Lichts, demonstriert werden kann. Die Inter-

ferenzfähigkeit von Quantenobjekten, hier der Photonen (vgl. Kasten 1 (2)), wird gerne zum „Fundamentalprinzip der Quantenphysik“ erweitert und hat für Elektronen im Konzept von Brachner und Fichtner (1977) zur Quantenphysik seinen Ausdruck gefunden. Für Licht ist die Interferenz im Experiment auch im Physikunterricht leicht zu zeigen. Dagegen gibt es kein Experiment, das die grundlegendste Quanteneigenschaft des Lichts, die Quantisierung der Energieübertragung (vgl. Kasten 1, (1)), auf einfache und überzeugende Weise hervorbringt, also etwa ein kostengünstiger Photonendetektor, der mit hinreichend hoher Ausbeute und niedriger Dunkelrate arbeitet. Idealerweise würde der für den Unterricht gewählte Zugang die Andersartigkeit der Quantenphysik im Vergleich zur klassischen Physik deutlich hervortreten lassen. Beide geschilderten Eigenschaften eignen sich hierfür jedoch nicht gut: Die Interferenzfähigkeit des Lichts kann leicht mit klassischen Wellen assoziiert werden, das Registrieren der Lichtquanten ist experimentell schwierig.

Eigenschaften von Photonen

- 1.a) Bei der Wechselwirkung von Licht und Materie wird Energie in kleinsten Portionen übertragen, die Energieübertragung ist quantisiert.
- 1.b) Das Registrieren der Lichtquanten, der Photonen, kann nicht im Einzelnen, sondern lediglich in Form einer Wahrscheinlichkeit angegeben werden.
2. Ein Photon zeigt Interferenz, wenn es auf mehreren Wegen zum Empfänger gekommen sein kann.
3. Ein System aus zwei Photonen kann verschränkt sein (vgl. Abschnitt 2).

Kasten 1: Eigenschaften von Photonen. Die benannten Eigenschaften finden sich in ähnlicher Weise auch in anderen Zusammenstellungen, etwa Küblbeck (2004).

Ein weiterer Sachverhalt verwehrt sich deutlich einer klassischen Interpretation. Die sogenannte Verschränkung zweier Quantenobjekte hat schon – wie oft ausgeführt – Einstein veranlasst, die Unvollständigkeit der Quantenphysik zu behaupten. Die Fähigkeit eines Quantenobjekts, einen bestimmten Zustand instantan anzunehmen, nachdem eine Messung an einem anderen, weit entfernten stattgefunden hat, wurde von ihm daher als „spukhaft“ bezeichnet.

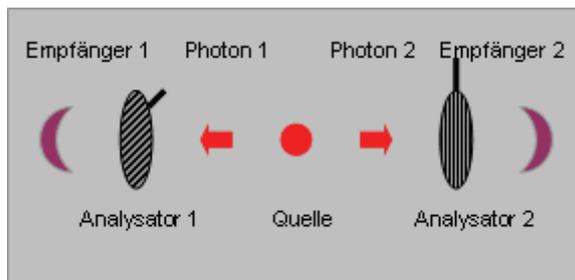


Abb. 1: EPR-Experiment

Das nach Einstein, Podolsky und Rosen benannte EPR-Gedankenexperiment ist zwischenzeitlich in mehreren Formen als reales Experiment ausgeführt worden (Aspect et al. 1981; Weihs et al. 1998) und gilt nun als eine der herausragenden Bestätigungen der Quantenphysik und insbesondere auch ihrer Vollständigkeit. Einsteins klassische Vorstellungen gelten damit als widerlegt. Der Einfluss der Experimente zu verschränkten Photonen rechtfertigt es, die Verschränkung zu den wesentlichsten Photoneigenschaften zu zählen (Kasten 1, (3)), die damit zugleich als Strukturelement der Quantenphysik angesehen wird. Sie ermöglicht neuartige Anwendungen, wie die Quantenkryptographie oder die Teleportation. Ihre ungewohnten Folgen haben schon Jaekel und Pade (1992) bewogen, sie auch für den Physikunterricht vorzuschlagen.

2. Verschränkte Photonen

Jedoch lässt sich die Verschränkung zweier Quantenobjekte noch weniger als die quantenhafte Wechselwirkung auf eine einfache Weise im Physikunterricht zeigen. Zwar ist es möglich, fremde Messergebnisse heranzuziehen, und es besteht sogar die Möglichkeit, das Experiment interaktiv durchzuführen (Universität Erlangen, www.quantumlab.de), doch ein Experiment im Physikraum wird – obwohl grundsätzlich möglich (vgl. www.qutools.com) – sicher die Ausnahme sein.

Das Anliegen dieses Beitrages ist es, zu verdeutlichen, dass dieses unmittelbare Experiment im Fall der verschränkten Photonen auch nicht zwingend erforderlich ist. Einem Experiment können im Physikunterricht ganz verschiedene Funktionen zukommen. Die Notwendigkeit, den Ausgang des Experiments unmittelbar zu erleben, scheint besonders dann groß, wenn es seine Aufgabe ist, bei zwei ähnlichen Vorstellungen entscheidende Argumente zu

liefern. Gerade dies aber ist im Falle der Verschränkung nicht der Fall, da diese so fern klassischer Vorstellungen ist, dass sie für Schülerinnen und Schüler vermutlich kaum mit diesen konkurriert. Zur Überzeugungskraft von realen und virtuellen Experimenten speziell in solchen Fällen gibt es derzeit kaum Befunde; eine Studie im Rahmen eines Promotionskollegs an unserer Hochschule soll hier in absehbarer Zeit Aufschluss geben. Für die hier vorgestellte Vorgehensweise soll nun vorläufig davon ausgegangen werden, dass die Simulation der Messergebnisse gerade wegen der Ungewöhnlichkeit zum Nachdenken und Modellbildern anregt, auch wenn die Übereinstimmung mit wirklichen experimentellen Ergebnissen nur behauptet wird.

Die Verschränkung zweier Quanten ist etwas Neues in dem Sinn, dass im Rahmen der klassischen Physik von einer vergleichbaren Erscheinung nicht die Rede war. Kann sie also im Physikunterricht dargestellt werden, so steht damit ein überzeugendes Argument für die Andersartigkeit der Quantenphysik zur Verfügung. Selbst der „wellennahen“ Interpretation der Quantenphysik in Form des Auftretens einer Führungswelle wird durch die Verschränkung eine Absage erteilt (Scarani 2007, S. 118). Wir gehen daher – wie gesagt – vorläufig davon aus, dass, weil sich die Verschränkung jeder andersartigen Deutung entzieht (zur Diskussion der „verborgenen Parameter“ vgl. unten), die Notwendigkeit, die bestätigenden Experimente selbst zu erleben, geringer als z.B. im Fall der quantenhaften Wechselwirkung ist. Wenn also die Verschränkung glaubhaft vermittelt wird, ist sie ein starker Beleg für die Andersartigkeit der Quantenphysik.

Kann aber die Verschränkung im Physikunterricht zumindest hinreichend stark elementarisiert werden? Tatsächlich gibt es erfolgreiche populäre Darstellungen der Quantenphysik, die die Verschränkung von Quanten zum Ausgangspunkt nehmen (Scarani 2007; Zeilinger 2007; Wehrl). Die hierbei vertretene Argumentation ist dieselbe, die schon Feynman zu einem erfolgreichen Vermittler ungewöhnlicher physikalischer Einsichten hat werden lassen (z. B. in Feynman 1988): Man nehme das Verhalten zur Kenntnis und formuliere Regeln, die dieses Verhalten beschreiben. An anderer Stelle wurde gezeigt, dass diese Vorgehensweise auch im Unterricht über Quantenphysik Anwendung finden kann (Bader 1996; Erb 1994; Werner 2000). Die im Folgenden dargestellte Argumentation hat nicht das Ziel, in die Quantenphysik einzuführen. Ist aber durch Experimente zur Wechselwirkung zwischen Licht und Materie das „Quantenhafte“ schon ins Spiel gebracht worden, so kann gerade die Ungewöhnlichkeit der Verschränkung dazu dienen, dieses Modell zu festigen.

Dieses Verhalten ist sogar recht einfach zu beschreiben: Eine besondere Lichtquelle emittiert Paare von Photonen (Abb. 1). Die Polarisationsrichtung ist nicht bestimmt; ein Analysator lässt daher unabhän-

gig von seiner Drehstellung immer die Hälfte der Photonen passieren. Die transmittierten Photonen werden im ersten Empfänger als Zählrate $Z_1 = 0,5$ registriert. Sobald das erste Photon durch den Analysator tritt, ist seine Polarisationsrichtung festgelegt. Im anderen Fall ist es vom Analysator absorbiert worden, was die Zahl der insgesamt für die Auswertung verfügbaren Photonen halbiert – eine ausgeklügeltere Variante behebt dieses Problem (Zeilinger 2007). Die Verschränkung zeigt sich nun darin, dass durch diese Messung auch die Polarisierung des zweiten Photons festgelegt ist. Dies äußert sich so, dass der zweite Polarisator zwar ebenfalls immer genau die Hälfte der Photonen durchlässt, Z_2 also ebenfalls 0,5 beträgt, die Zahl der Koinzidenzen Z_{12} , also der gleichzeitigen Transmission von Photon 1 und Photon 2, aber von der Winkelstellung θ_1 und θ_2 der beiden Analysatoren abhängt. Sind sie gleich eingestellt ($\theta_1 = \theta_2$; $\theta_{12} = 0$), so beträgt die Koinzidenzwahrscheinlichkeit $Z_{12} = 1$, stehen sie senkrecht zueinander ($\theta_{12} = 90^\circ$), so beträgt sie $Z_{12} = 0$.

Abb. 2 zeigt ein entsprechendes Messergebnis für mehrere Winkeldifferenzen θ_{12} , bei der die Zählrate einer Koinzidenz angegeben ist.

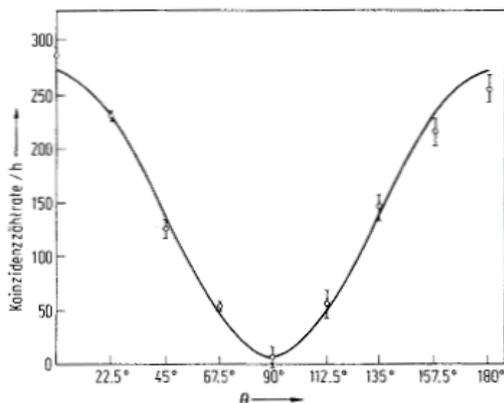


Abb. 2: Messergebnisse eines EPR-Experiments aus Bergmann/Schäfer (Raith 2003, S. 254)

Das zweite Photon nimmt also nach der Messung des ersten den gleichen Polarisationszustand an und zwar auch dann, wenn beide zu diesem Zeitpunkt beliebig weit voneinander entfernt sind. Das bedeutet, dass das Verhalten nicht dadurch klassisch erklärt werden kann, dass das erste Photon seinen Polarisationszustand dem zweiten vor dessen Messung mitteilt. Denn bei hinreichend großem Abstand müsste sich diese Information dann schneller als mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten.

Meist wird dieses Verhalten so interpretiert, dass Quantenobjekte (hier das System aus zwei verschränkten Photonen) nichtlokal sind, was in deutlichem Widerspruch zur klassischen Vorstellung steht: Die beiden verschränkten Photonen verhalten sich wie ein Gesamtobjekt. Die Koinzidenzzählrate Z_{12} ist daher identisch mit der Zählrate für Photonen hinter zwei nacheinander durchlaufenen Analysatoren (Abb. 3).

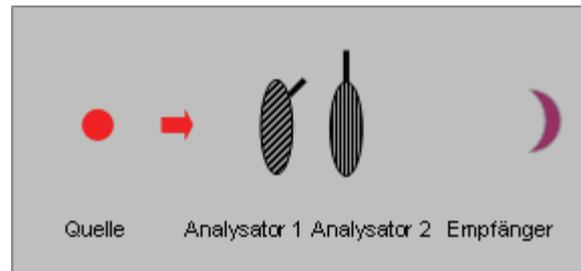


Abb. 3: Transmission eines Photons durch zwei Polarisationsfilter

Dies wird durch das Gesetz von Malus beschrieben. Hiernach gilt:

$$Z_{12} = Z_0 (\cos \theta_{12})^2 \quad \{1\}$$

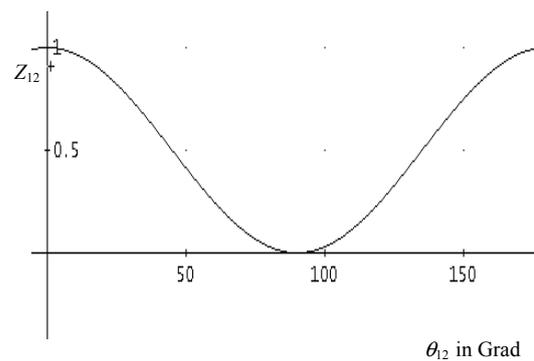


Abb. 4: Koinzidenzwahrscheinlichkeit Z_{12} in Abhängigkeit von θ_{12}

Ein Plot (Abb. 4) dieser Funktion zeigt das im Experiment registrierte Verhalten (Abb. 2).

Zusammengefasst:

- Ergebnis I: An jedem Analysator werden Photonen mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5 transmittiert.
- Ergebnis II: Die Koinzidenzwahrscheinlichkeit verhält sich in Abhängigkeit von der Winkeldifferenz θ_{12} der beiden Analysatoren wie $(\cos \theta_{12})^2$.

Es wird deutlich, dass die Verschränkung das Verhalten des Photonenpaares erklärt. Zu klären ist allerdings noch, ob nicht andere Annahmen über Eigenschaften der Photonen oder den Verlauf des Experiments dies ebenso ermöglichen würden. So könnten beispielsweise vielleicht immer Paare von Photonen mit gleicher Polarisation ausgesendet werden. Denkbar ist auch die zur Erklärung des ursprünglichen EPR-Gedankenexperiments entstandene Variante, bei der den Photonen Verhaltensbeschreibungen in Form „verborgener Parameter“ mitgegeben werden. In diesem Fall wäre für jedes Photon in einem Katalog festgeschrieben, wie es sich im Fall eines bestimmten Analysatorwinkels zu verhalten hat.

Für solche Erklärungsversuche müssten dann jeweils beliebige Kombinationen der Analysatorstellungen

untersucht werden, und das im Experiment festgestellte Verhalten wäre jeweils mit den Ergebnissen zu vergleichen, die man mit den Modellannahmen erhält. Die Überprüfung solcher Modelle ist, wie das obige Beispiel zeigt, nicht schwierig, aber aufwendig, weil jeweils eine Vielzahl von einzelnen Berechnungen für verschiedene Polarisationsfilterstellungen durchgeführt werden muss.

3. Computersimulation verschränkter Photonen

Um die Vielzahl der notwendigen Berechnungen durchzuführen, wurde eine Simulation erstellt, die das Verhalten von Paaren von Photonen berechnet, die von einer Quelle in entgegengesetzte Richtungen emittiert werden. Die wichtigste didaktische Anforderung an die Simulation war dabei, dass sie nicht das aus dem Experiment bekannte Verhalten, sondern den jeweils angenommenen, zugrunde liegenden Mechanismus simulieren sollte. Nur dann lässt sich über diesen ein Urteil bilden. Daher sollten die gemachten Annahmen möglichst einfach durchschaubar sein. Die Simulation wurde hierfür in Excel bzw. Excel-VBA erstellt. Alle berechneten Größen sind dadurch direkt auf dem Tabellenblatt ablesbar.

Die Simulation ist unter <http://www.physik-phmuend.de/material/material.php> erhältlich. Nach dem Öffnen des Datenblatts können für die Emission eines Photonenpaares folgende Optionen eingestellt

werden (Abb. 5, hellblauer Bereich), die jeweils einer Modellannahme entsprechen:

- unabhängig: zwei Photonen mit zufälliger Polarisation,
- gleich polarisiert: zwei Photonen mit zufälliger, gleicher Polarisation,
- verborgene Variablen: zwei Photonen, die sich nach einer Parameterliste gleichartig verhalten,
- alternierende verborgene Variablen: zwei Photonen, die sich nach einer wechselnden Parameterliste gleich verhalten,
- parallel: zwei verschränkte Photonen mit unbestimmter, paralleler Polarisation,
- senkrecht: zwei verschränkte Photonen mit unbestimmter, zueinander senkrechter Polarisation.

Die beiden Annahmen e) und f) realisieren die Aussagen der Quantenphysik. Für jede dieser Situationen kann ein einzelnes Photonenpaar (Button „Photonenpaar erzeugen“) oder eine ganze Folge (Button „96 Photonenpaare erzeugen“, die genaue Zahl ist beliebig) emittiert werden (Abb. 5, unten).

Das weitere Vorgehen soll zunächst am Beispiel der Modellannahme zweier gleichzeitig emittierter, aber unabhängiger Photonen, also Annahme a), veranschaulicht werden. Die Stellung der beiden Analysatoren wird zuvor unabhängig voneinander eingestellt (Abb. 5, „Analysator 1“ und „Analysator 2“). Die Photonen werden polarisiert emittiert, allerdings

Analysator 2	Analyse 1	Analyse 2
-45	1,00	0,00
-40	1,00	0,00
-35	0,99	0,00
-30	0,93	0,00
-25	0,86	0,00
-20	0,85	0,00
-15	0,78	0,00
-10	0,72	0,00
-5	0,66	0,00
0	0,48	0,00
5	0,44	0,00
10	0,35	0,00
15	0,29	0,00
20	0,16	0,00
25	0,04	0,00
30	0,04	0,00
35	0,03	0,00
40	0,01	0,00
45	0,00	0,00

Abb. 5: Einstellung der Eigenschaften der Photonen

ändert die Quelle die Polarisationsrichtung für jedes Photon. Dabei ist es nicht relevant, ob diese bekannt ist, sie wird aber im Feld „Polarisation – vor“ angezeigt. In der Simulation werden die Polarisationsrichtungen α_1 und α_2 mit Hilfe je einer Zufallszahl erzeugt. Mit dem Gesetz von Malus wird dann die Durchlasswahrscheinlichkeit beider Photonen an ihren Analysatoren berechnet. Diese wird mit einer weiteren Zufallszahl, die im Bereich zwischen 0 und 1 liegt, verglichen. Ist die Durchlasswahrscheinlichkeit größer als diese Zufallszahl, wird das Photon transmittiert (Abb. 5, Anzeige „1“ und grün), andernfalls wird es absorbiert (Anzeige „0“ und rot). Eine Transmissionswahrscheinlichkeit von 1 beispielsweise ist immer größer oder gleich dieser Zufallszahl, so dass immer transmittiert wird. Die Polarisation des transmittierten Photons ist die des Analysators (Feld „Polarisation – nach“). Das Ergebnis (1 oder 0) bei mehrfacher Berechnung wird für beide Analysatoren in einer Liste (Abb. 6) festgehalten.

Ereignis	Ergebnis1	Ergebnis2	Koinzidenz	Rechentabelle
Kopie 'Wahrsch.' 1	0,52	0,44	0,46	Wahrscheinlichkeiten
2	0	1	0	
3	1	0	0	
4	1	0	0	
5	1	0	0	
6	0	0	1	
7	0	1	0	
8	1	1	1	
9	1	1	1	
10	0	0	1	

Abb. 6: Liste von Ereignissen

Beim Berechnen einer kompletten Liste von 96 Einzelereignissen zeigt sich, dass beide Analysatoren etwa die Hälfte aller Photonen durchlassen. Dieses Ergebnis ist unabhängig von der Winkelstellung der beiden Polarisatoren zueinander und damit im Einklang mit dem experimentellen Ergebnis I.

Auch die zu erwartenden Schwankungen der Trans-

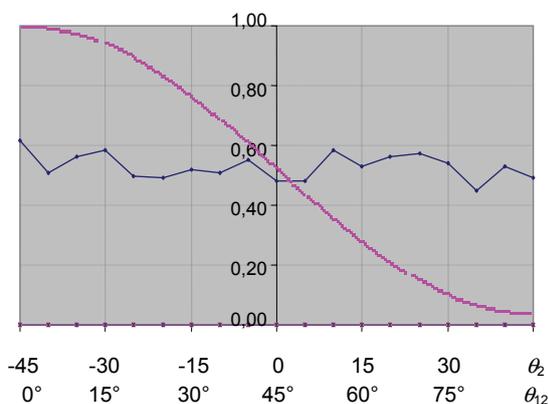


Abb. 7: Zählrate Z_{12} für Paare mit zufälliger Polarisation.

missionshäufigkeit zeigt das Experiment bei mehrmaliger Berechnung einer kompletten Liste – sie kommt dadurch zustande, dass die Transmission eines einzelnen Photons nicht genau determiniert ist (außer, wenn seine Polarisationsrichtung mit der des Analysators übereinstimmt oder 90° beträgt).

Neben den einzelnen Zählraten Z_1 und Z_2 kann nun die Zahl der Koinzidenzen Z_{12} betrachtet werden. Das ist erforderlich, um das experimentelle Ergebnis II zu überprüfen. Führt man die Simulation mehrmals durch, unter jeweils neuen Analysatorstellungen, so stellt man fest: Die unter den gemachten Annahmen von der Simulation berechnete Koinzidenzrate Z_{12} beträgt etwa 0,5, unabhängig von der Winkeldifferenz der beiden Analysatoren. Damit stimmt das Ergebnis nicht mit dem Ergebnis II überein – die Annahme zweier unabhängiger Photonen erklärt nicht das Experiment!

Um das letztgenannte Ergebnis besser zu Vergleichen heranziehen zu können, kann die Berechnung automatisiert für mehrere Winkeldifferenzen durchgeführt werden (Abb. 6, Button „Analyse“). In diesem Fall wird Analysator 2 in Schritten von 5° von $\theta_2 = -45^\circ$ bis $+45^\circ$ eingestellt. Es werden dabei je 96 Photonenpaare untersucht und das Ergebnis wird jeweils in einer Tabellenspalte festgehalten (Abb. 5, rechts). Es zeigt sich erneut, dass die Koinzidenzhäufigkeit Z_{12} von zufälligen Schwankungen abgesehen, konstant 0,5 beträgt. In Abb. 7 ist für einen Analysator 1 mit einer Einstellung von $\theta_1 = -45^\circ$ und einen Analysator 2 in Schritten von 5° von $\theta_2 = -45^\circ$ bis $+45^\circ$ die errechnete Zählrate Z_{12} in blau aufgetragen; am Kurvenbeginn beträgt die Winkeldifferenz somit $\theta_{12} = 0^\circ$ und wächst auf 90° . Zum Vergleich ist das zu erklärende experimentelle Ergebnis aus Abb. 2 bzw. Abb. 4 in magenta eingezeichnet.

Die zweite Einstellung für die Photonen (Fall b)) erzeugt Paare mit zufälliger, aber jeweils gleicher Polarisation. Für beide Photonen wird dann wie in Situation (Fall a)) die Transmissionswahrscheinlichkeit berechnet. Wie im Experiment beträgt die berechnete Zählrate jeweils ungefähr $Z_1 = Z_2 = 0,5$. Die Koinzidenzzählrate Z_{12} hängt nun aber von der Winkeldifferenz der beiden Analysatoren ab (Abb. 8,

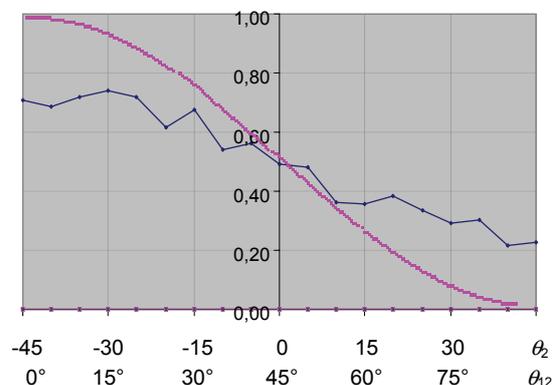


Abb. 8: Z_{12} bei gleich polarisierten Photonen.

blau). Die Analyse zeigt damit einen Verlauf, der dem experimentellen Ergebnis aus Abb. 2 bzw. 4, das hier wieder zum Vergleich in magenta eingezeichnet ist, ähnlich ist. Allerdings ergibt sich nicht die gemessene Koinzidenzrate von $Z_{12}=1$ im Fall der parallelen Analysatoren, sondern 0,75 (Abb. 8, $\theta_{12}=0^\circ$). Für eine Winkeldifferenz von 90° ergibt die Simulation eine Rate von 0,25 (Abb. 8, $\theta_{12} = 90^\circ$), die Messung (magenta) zeigt, dass bei dieser Winkeldifferenz keine Koinzidenz ($Z_{12} = 0$) mehr festgestellt wird.

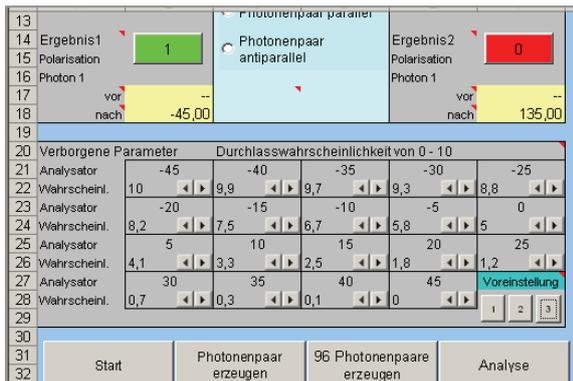


Abb. 9: Einstellen verborgener Parameter

Fall c) Für die Simulation von Photonen mit verborgenen Variablen ist die Polarisation vor dem Analysator unbestimmt. Stattdessen trägt jedes Photon eine (für beide Photonen gleiche) Liste mit sich, die angibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit es bei einer bestimmten Winkelstellung des Analysators transmittiert wird. Für beide Photonen wird diese Wahrscheinlichkeit wieder mit einer Zufallszahl verglichen, wodurch bestimmt wird, ob es transmittiert wird oder nicht. Die Parameter lassen sich in der Simulation für alle Analysatorwinkel einzeln einstellen (Abb. 9). Alternativ lässt sich eine voreingestellte Parameterliste abrufen (Abb. 9, rechts unten). Eine dieser Listen ist so angelegt, dass sie die Koinzidenzrate des Experiments tatsächlich richtig erzeugt, wie der Vergleich des errechneten Ergebnisses (Abb. 10, blau) mit dem experimentellen (Abb. 10, magenta) ergibt.

In der Parameterliste ist hierfür die Transmissions-

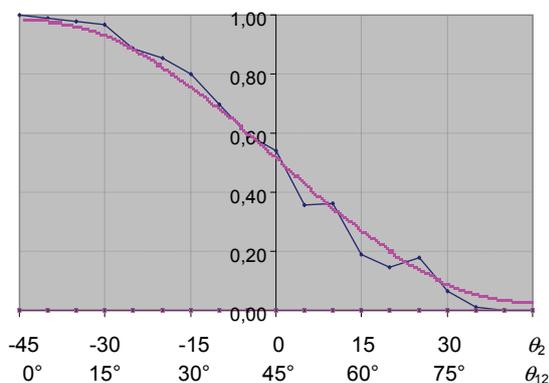


Abb. 10: Z_{12} mit verborgenen Parametern.

wahrscheinlichkeit von 1 bei einer Filterstellung von $\theta = -45^\circ$ bis 0 für $\theta = 45^\circ$ festgelegt worden. Jedoch ergibt sich nun ein Widerspruch zum experimentellen Ergebnis I: Ein Photon wird am Analysator mit der Einstellung -45° in jedem Fall hindurchgelassen. Das Experiment zeigt hingegen für jeden einzelnen Filter immer eine Transmissionswahrscheinlichkeit von 0,5.

Fall d) Photonen mit verborgenen Parametern würden dieses Verhalten nicht zeigen, wenn es mehrere unterschiedliche Listen für eine Folge von Paaren gäbe. Paare von Photonen würden dann eine identische Liste verwenden, die sich aber von der des vorangegangenen Paares unterscheidet. In der Simulation wird dies dadurch erreicht, dass die eingestellte Parameterliste für jedes zweite Photonenpaar umgekehrt wird; dessen Transmissionswahrscheinlichkeit beträgt dann beispielsweise 0 für $\theta = -45^\circ$. Eine Folge von 96 Paaren zeigt daraufhin an jedem einzelnen Analysator eine Transmissionsrate von 0,5 wie im Experiment. An der Koinzidenzkurve ergibt sich hierdurch keine Änderung zu c) (Abb. 11, blau; experimentelles Ergebnis magenta; Skala blau). In diesem Fall werden also sowohl Ergebnis I als auch II richtig dargestellt.

Ein Widerspruch zum Experiment ergibt sich aber, wenn mit denselben Parameterlisten das Verhalten für einen Analysator 1 mit einem anderen Winkel als -45° abgebildet werden soll, beispielsweise -30° . Die Verteilung, die das Messergebnis wiedergibt, verschiebt sich in diesem Fall lediglich (Abb. 11, grün; Skala gelb), so dass das Maximum von Analysator 2 bei einer Stellung von -30° entsteht (also erneut bei $\theta_{12} = 0^\circ$). Die verwendete Parameterliste kann aber dieses Verhalten nicht erzeugen: Die Simulation ergibt in diesem Fall keine verschobene, sondern eine abgeschwächte bzw. verminderte Koinzidenzrate (Abb. 11, gelb; Skala gelb). Photonen mit verborgenen Parametern müssten sich, um das experimentelle Verhalten darzustellen, über eine jeweils angepasste Parameterliste verständigen, und zwar in dem Moment, in dem das erste Photon auf den Analysator trifft. Dies aber ist eine zusätzliche Modellannahme, die schon Elemente der eigentlich in diesem Modell zu vermeidenden Verschränkung auf-

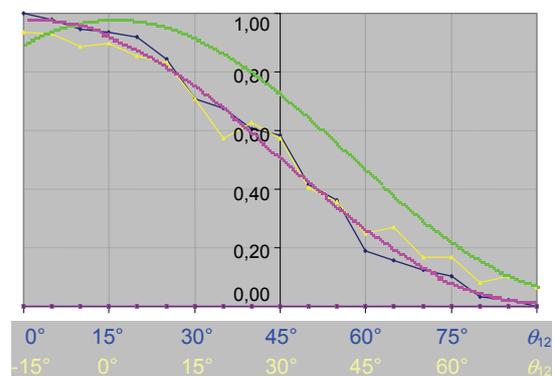


Abb. 11: Z_{12} mit verschiedenen Listen verborgener Parameter; blau: $\theta_1 = -45^\circ$; gelb: $\theta_1 = -30^\circ$

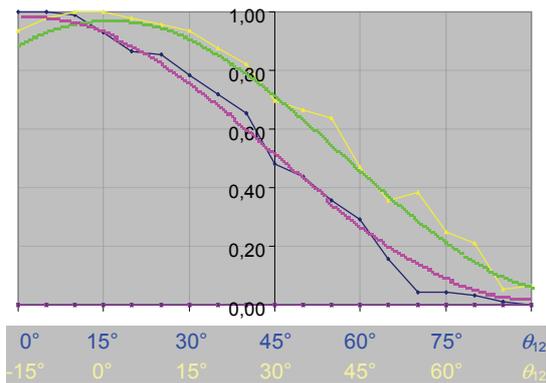


Abb. 12: Z_{12} mit verschränkten Photonen; blau: $\theta_1 = -45^\circ$; gelb: $\theta_1 = -30^\circ$

greift.

Fall e) Verschränkte Photonen mit paralleler (Fall e)) oder zueinander senkrechter Polarisation (Fall f)) haben bei der Emission noch keine bestimmte Polarisation. Für die Simulation wird angenommen, dass zuerst Photon 1 auf den Analysator trifft. Dieses wird mit einer Wahrscheinlichkeit von jeweils 50 % entweder transmittiert oder absorbiert, wodurch die Polarisation des Photons festgelegt wird. Das zweite Photon erhält dadurch die gleiche (oder im Fall f) die dazu senkrechte) Polarisationsrichtung. An beiden Analysatoren beträgt die Zählrate somit etwa $Z_1 = Z_2 = 0,5$ wie es das Experiment als Ergebnis I zeigt. Im Fall paralleler Analysatoren ergibt sich $Z_{12} = 1$ und auch für weitere θ_{12} entspricht die von der Simulation berechnete Kurve (Abb. 12, blau; Skala blau) dem experimentellen Ergebnis II (Abb. 12, magentarot; Skala blau).

Anders als bei der Annahme verborgener Parameter kommt die Simulation nun auch für andere Winkel von Analysator 1 zu dem Ergebnis II, das das Experiment zeigt. Wird beispielsweise θ_1 auf -30° eingestellt, so ergibt sich in der Simulation die zu erwartende Verschiebung der Kurve für Z_{12} , so dass das Maximum bei $Z_{12} = 0^\circ$ liegt (Abb. 12, gelb; experimentelles Ergebnis grün; Skala gelb). Einzig die Annahme verschränkter Photonen zeigt somit in der Simulation das Verhalten, das den experimentellen Daten entspricht.

4. Schluss

Die Einfachheit der Annahmen, die der Simulation zugrunde gelegt wurden, zeigt, dass die Verschränkung zweier Photonen nicht zu kompliziert ist, um sie als wesentliche Eigenschaft von Quantenobjekten im Physikunterricht zu nutzen. Die Schwierigkeit, die sich durch die Verschränkung ergibt, liegt auf anderer Ebene und tritt eher durch den Vergleich mit dem Verhalten klassischer Objekte hervor – gerade dies kann aber dazu dienen, die Andersartigkeit der Quantenwelt zu zeigen. Hierfür ist allerdings einiger argumentativer Aufwand erforderlich – ebenso wie Rechenaufwand. Zumindest letzterer lässt sich mit Hilfe der hier vorgestellten Simulation reduzieren.

5. Literatur

- [1] Aspect, Alain; Grangier, Philippe; Roger, Gérard (1981). Experimental Tests of Realistic Local Theories via Bell's Theorem. In: Physical Review Letters 47 (7), 460-463.
- [2] Bader, Franz (1996). Eine Quantenwelt ohne Dualismus. Hannover: Schroedel.
- [3] Erb, Roger (1994). Optik mit Lichtwegen. Magdeburg: westarp.
- [4] Feynman, R. P. (1988). QED. München; Zürich: Piper.
- [5] Fischler, Helmut (1992). Quantenphysik in der Schule. Kiel: IPN.
- [6] Hirlinger, Wolf-Peter: www.quantenphysik-schule.de (September 2008)
- [7] Jaeckel, Klaus und Jochen Pade (1992). EPR-Paradoxon in der Schule – Spukhafte Fernwirkung und Bertlmanns Socken. In: Fischler, H. (1992). Quantenphysik in der Schule. Kiel: IPN, 134-155.
- [8] Küblbeck, Josef (2004). Was ist wesentlich an der Quantenphysik? In: Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule, 53/1, 2-4.
- [9] Lichtfeldt, Michael (1992). Schülervorstellungen in der Quantenphysik und ihre möglichen Veränderungen durch Unterricht. Essen: Westarp.
- [10] Müller, Rainer (2003). Quantenphysik in der Schule. Berlin: Logos.
- [11] Raith, Wilhelm [Hg.] (2003). Lehrbuch der Experimentalphysik – Bergmann/Schäfer Bd. 4. Berlin: de Gruyter.
- [12] Scarani, Valerio (2007). Physik in Quanten. München: Elsevier.
- [13] Wehrli, Philipp: http://homepage.hispeed.ch/philipp.wehrli/Physik/Quantentheorie/Einstein_Podolsky_Rosen/einstein_podolsky_rosen.html (September 2008).
- [14] Weihs, Gregor; Jennewein, Thomas; Simon, Christoph; Weinfurter, Harald; Zeilinger, Anton (1998). Violation of Bell's Inequality under Strict Einstein Locality Conditions. In: Physical Review Letters 81 (23), 5039-5043.
- [15] Werner, Johannes (2000). Vom Licht zum Atom: ein Unterrichtskonzept zur Quantenphysik unter Nutzung des Zeigermodells. Berlin: Logos.
- [16] Zeilinger, Anton (2007). Einsteins Spuk. München: Goldmann.